جلسه دوازدهم

مباحثی که در این جلسه بیان می‌شود مقدمه‌ای بر موضوع دینامیک می‌باشد.

با استفاده از مبحث سینماتیک که تا این جلسه به آن پرداخته شد، می‌توانیم از چگونگی‌جابجایی‌ها و بیان آن‌ها از دید دستگاه‌های مشخص سخن درست و دقیقی بگوییم.به عنوان مثال وقتی منجمی ستارگان یا خورشید را رصد می‌کند و سعی می‌کند درست مشاهده کند که جابجایی‌ها چگونه رخ می‌دهد ولی راجع به دلیل این نوع جابجایی نظری نمی‌دهد، در حقیقت تنها به سینماتیک حرکتستارگان و خورشید توجه داشته و به دینامیک آن‌ها نپرداخته است.

ولی تا این جلسه در مورد این‌که جابجایی یا حرکتی که مشاهده نمودیم، چرا رخ داد، قضاوتی نکردیم. به عنوان مثال به سوالاتی از قبیل: چرا شخصی که روی زمین توقف کرده است، سرعتش از دید دستگاه زمین صفر است؟ چرا وقتی در حال حرکت است سرعت و شتابی قابل اندازه‌گیری از دید زمین پیدا می‌کند؟ نپرداختیم.

در مورد اهمیت پرداختن به چرایی مشاهداتمان، همین بس که با نگاه سیستمی به جهان، تمام اجزاء آن با هم در ارتباط هستند. آن قسمت از مشاهداتمان که چرایی آن‌ها در این درس برایمان موضوعیت دارد جابجایی است. در حقیقت هدفمان پرداختن به این سوال است که چرا و بر اساس چه روابطی جابجایی به طریقی خاص رخ داده است. همان‌طور که می‌دانیدبه هنگام راه رفتن روی زمین،زمین با پاهای ما، پاهای ما با بدنمان و تمام اجزای آن در ارتباط است،اما این ارتباطات را چگونه می‌توان توضیح داد؟

دانشمندان قبل از نیوتن به خوبی حرکات در سیستم خورشیدی را رصد نموده و اشکال بسیار خوبی از آن ترسیم نمودند و نحوه‌ی حرکت را به خوبی نشان دادند ولی توضیح نمی دادند چرا اجرام آسمانی به آن صورت خاص حرکت می‌کنند و به حرکت خود ادامه می‌دهند. اما نیوتن به این سوالات که چرا دارد حرکت می‌کند و به حرکت خود ادامه می دهد و چرا دارد به این حرکت ادامه می‌دهد پاسخ داد.

قوانین اول تا سوم نیوتن که به شما آموخته شد به صورت زیر هستند:

قانون اول:هر جسم اگر درحال سکون یا در حالت حرکت در امتداد مسیر مستقیم باشد ، به همان حال باقی می‌ماند مگر آن‌که در اثر نیروهای خارجی مجبور به تغییر آن حالت شود.

قانون دوم:اگر به یک جسم نیروهایی وارد شود، شتابی می‌گیرد که با برایند نیروهای وارد بر جسم، نسبت مستقیم دارد و با آن هم جهت است ولی با جرم جسم نسبت وارون دارد.

قانون سوم:هرگاه جسمی به جسم دیگر نیرو وارد کند، جسم دوم به جسم اول نیرویی برابر آن ولی در خلاف جهت وارد می‌کند.

ولی اگر توجه کنید دانشمندان قبل از نیوتن از قوانین اول و دوم استفاده می‌کردند و قوانین اول و دوم بر اساس قانون سوم بدست می‌آیند.

در قانون سوم به این نکته توجه شده است که جهان و تمام اجزای آن با هم در ارتباط هستند. هواپیمای در حال حرکت به هوا متصل است و اجزای هواپیما هم به یکدیگر متصل‌اند. حتی در گذشته این‌طور تصور می‌شد که بین کرات خلأ بوده و آن‌ها هیچ ارتباطی با یکدیگر ندارند. در حالی که امروزه می‌دانیم که فضای بین‌شان پر است از امواجی که آن‌ها را به یکدیگر مرتبط کرده است.

نام حرکت *سقوط آزاد* که برایتان بسیار شناخته شده است را دانشمندان قبل از نیوتن بر این نوع حرکت نهادند. چرا که آن‌ها بر این باور بودند که این نوع حرکت در ارتباط با چیزی در این جهان نبوده و آزاد است و به جز این حرکت بقیه حرکات به دلیل اتصال با چیزها و در ارتباط با آن‌ها رخ می‌دهند. درحالی‌که نیوتن به این نتیجه رسید که جسم در حال سقوط در خلأ نیز آزاد نیست و در ارتباط با زمین است. بر اساس همین قاعده‌ی ساده (قانون سوم) تمامی روابط مربوط به حرکت اجسام بدست می‌آیند.

بنابراین، همه‌ی چیزها به یکدیگر جابجایی می‌دهند و از یکدیگر جابجایی می‌گیرند و این مقدار داده شده با مقدار گرفته شده برابر است. در حقیقت اصل داستان جابجایی برمبنای داد و ستدی مساوی است. شاید به همین دلیل به قانون سوم، قانون عمل و عکس‌العمل می‌گویند. با درک این موضوع نوشتن کلیه‌ی روابط برای شما آسان می‌شود.

به عنوان مثال وقتی روی زمین راه می‌رویم ما زمین را به عقب هل می‌دهیم و زمین ما را به جلو هل می دهد. اما شاید بپرسید اگر داد و ستد ما با زمین برابر است، پس چرا وقتی ما از دید زمین به جلو حرکت می‌کنیم زمین از دید خودش به عقب حرکت نمی‌کند؟ یا وقتی ما کامیونی را هل می‌دهیم اگر دادو ستد برابر است چرا جابجایی ما از کامیون بیشتر است؟ یا اگر کودکی را هل می‌دهیم چرا با وجود برابری داد و ستدها کودک بیشتر از ما از دید زمین جابجا می‌شود؟

در پاسخ به این سوالات و برای برابر شدن داده‌ها و ستانده‌ها ناچار از ضریبی استفاده می‌کنیم که به آن نام جرم خواهیم داد. در حقیقت جرم از پافشاری برای یکسان بودن داده‌ها و ستانده‌ها تعریف شده است.

بنابراین تغییرات جابجایی‌ها ضربدر جرم‌ها با یکدیگر برابرند. پس به این ترتیب وقتی زمین را هل می‌دهیم برای برابری داده و ستانده در این حرکت چون جابجایی ما بسیار بیشتر از جابجایی زمین است پس نتیجه می‌گیریم که جرمش بسیار بسیار از ما بزرگتر است. یا وقتی کودکی را هل می‌دهید برای برابری داده‌ها و ستانده‌ها باید جرم او بسیار کوچکتر از شما باشد تا حاصلضرب تغییرات در جابجایی کودک در جرمش برابر حاصلضرب تغییرات در جابجایی شما در جرم شما شود.

بنابراین در این فرآیند دادن و گرفتن هر جسمی که جرم کمتری داشته باشد تغییر در جابجایی بیشتری دارد و بالعکس اما حاصل‌ضربشان یکسان است. به همین ترتیب اگر جابجایی دو جسم در ارتباط با یکدیگر برابر باشد آن‌گاه جرم دو جسم برابر خواهد بود.

توجه داشته باشید که وقتی کامیونی را هل می‌دهیم به دلیل اینکه هر دو روی زمین هستیم بخش حرکت آزاد هر دویمان صفر است.در جابجایی روی زمین حرکات آزاد را درنظر نگرفته و حرکات دیگر روی زمین را بررسی می‌کنیم.

به آن‌چه که داد و ستد می‌شود نیرو گفته می‌شود و می‌گوییم نیروی گرفته شده با نیروی داده شده برابر است.

فرضاً اگر دو جسم ۱و ۲ به یکدیگر نیرو وارد نمایند رابطه‌ی زیر برقرار است.

$$\left(\text{چیزی از جنس تغییر جابجایی}\right)_2 \times M_2 = -\left(\text{چیزی از جنس تغییر جابجایی}\right)^e_1 \times M_1$$

در این رابطه بال نویس به معنیِ تغییرات جابجایی جسم اول نسبت به زمان از دید دستگاه زمین و نقطه‌ای چسبیده به زمین و M_1 جرم جسم اول می‌باشد. در این رابطه جرم دو جسم را به گونه‌ای اختیار می‌کنیم که رابطه‌ی بالا برقرار شود. همچنین می‌توان یکی از جرم‌ها را واحد درنظر گرفت و جرم دیگر را نسبت جرمی دو جسم لحاظ نمود.

حال این سوال مطرح می‌شود که سرعت را چیزی بگیریم که این دو جسم به یکدیگر می‌دهند یا شتاب را؟ بگوییم این دو جسم به یکدیگر سرعت می‌دهند یا شتاب می‌دهند؟

برای پاسخ به این سوال باید مشاهده کنیم زمانی که هیچ داد و ستدی رخ نمی‌دهد سرعت صفر می‌شود یا شتاب. به عنوان مثال زمانی که روی یخ سر می‌خورید اصطکاک و تعامل ناچیزی بین بدن شما و یخ برقرار است و در حال سر خوردن علی‌رغم اینکه سرعت دارید ولی سرعت تغییری نمی‌کند و شتابتان صفر است. بنابراین تعامل، تغییرات سرعت را بوجود آورده نه خود سرعت را. چرا که با صفر شدن تعامل، تغییرات سرعت بود که صفر شد نه سرعت.

بنابراین آنچه داده و ستانده می‌شود شتاب است نه سرعت ، و رابطه‌ی زیر (قانون سوم نیوتن) برقرار است.

$$^{\mathrm{e}}a_1 \times \mathrm{M}_1 = -\ ^{\mathrm{e}}a_2 \times \mathrm{M}_2$$

برای برابری نسبت $-\frac{^{\mathrm{e}}a_2}{^{\mathrm{e}}a_1}$ نسبت جرمی را تعریف نمودیم و از آن‌جا رابطه‌ی $\frac{\mathrm{M}_2}{\mathrm{M}_1} = -\frac{^{\mathrm{e}}a_2}{^{\mathrm{e}}a_1} = k$ برقرار است. جرم نیز مطابق این رابطه با استفاده از نسبت جرمی و با استفاده از شتاب داد و ستد شده بدست می‌آید. فرضاً اگر جرم ما یک کیلوگرم در نظر گرفته شود با دانستن شتاب داد و ستد شده در هل دادن کامیون جرم کامیون بدست می‌آید.

قانون سوم اصالت دارد و قانون اول از آن بدست می‌آید. قانون دوم نیز می‌گوید شتابی که جسم به غیر از شتاب آزاد پیدا کرده برابر شتابی است که از بقیه اجسام در تعامل با آن گرفته. این اجسام شتابی به آن دادند که برابر با شتابی است که او به آن اجسام داده است. بنابراین اگر جسمی شتابی دارد، از اجسام دیگر گرفته است. بنابراین داریم:

$$\text{جمع شتابهای داده شده از دیگران در جرم هر یک} = \sum F = \mathrm{M}_1 \times\ ^{\mathrm{e}}a_1$$

مطابق رابطه‌ی بالا برای هر چیزی شتاب $^{\mathrm{e}}a$ توسط بقیه‌ی چیزهایی که با آن در ارتباط‌اند ایجاد شده است. به این ترتیب ما یک قانون حرکت داریم: شتاب هر چیزی ناشی از شتاب‌هایی است که بقیه‌ی چیزها به آن دادند و برای برقرای تساوی مجبور شدیم نیرو را به صورت حاصل‌ضرب جرم در شتاب تعریف نماییم.

به عنوان مثال اگر مطابق شکل سه چیز ۲، ۳ و ۴ در ارتباط با ۱ باشند آن‌گاه:

$$F_2 + F_3 + F_4 = \mathrm{M}_1\ ^{\mathrm{e}}a_1$$

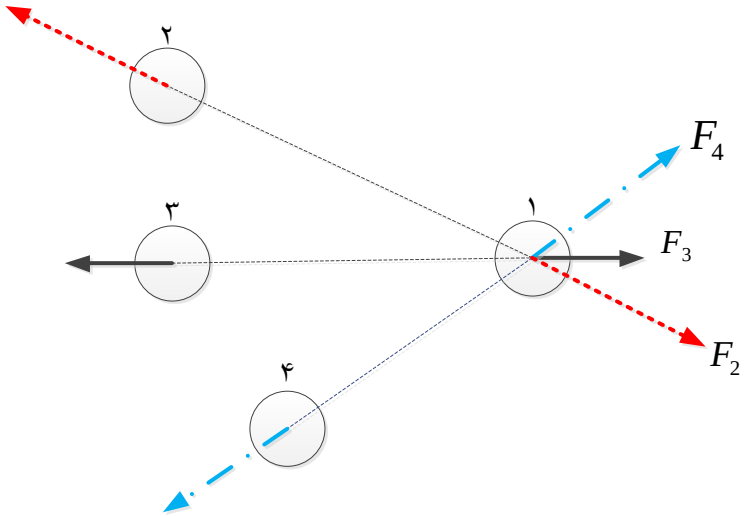
که در رابطه‌ی بالا:

$$F_2 = -\mathrm{M}_2\ {}^{\mathrm{e}}a_2$$

$$F_3 = -\mathrm{M}_3\ {}^{\mathrm{e}}a_3$$

$$F_4 = -\mathrm{M}_4\ {}^{\mathrm{e}}a_4$$

${}^{\mathrm{e}}a_2$ شتابی است که از طرف ۱ به ۲ داده می‌شود، ${}^{\mathrm{e}}a_3$ از طرف ۱ به ۳ داده می‌شود و ${}^{\mathrm{e}}a_4$ از طرف ۱ به ۴ داده می‌شود. همچنین ${}^{\mathrm{e}}a_1$ از طرف ۲، ۳ و ۴ به ۱ داده شده است.



مطابق روابطی که بیان شد، نیرو از جنس شتاب و جابجایی بوده و مانند آن‌ها بردار است و اندازه و جهت دارد. شتابی که یک جسم پیدا می‌کند حاصل تقسیم مجموع نیروهای وارده از بقیه چیزها بر جرم جسم می‌باشد.

اصطلاحاً معادله‌ی دینامیکی جسم ۱ ($\frac{\sum F}{\mathrm{M}_1} = {}^{\mathrm{e}}a_1$) پاسخ به این سوال است که چرا جسم ۱ شتاب ${}^{\mathrm{e}}a_1$ پیدا کرده است؛ البته در صورتی که شتاب آزاد را لحاظ نکنیم. بنابراین با دانستن $\sum F$ می‌توانیم ${}^{\mathrm{e}}a_1$ و با دانستن ${}^{\mathrm{e}}a_1$ می‌توانیم $\sum F$ را بدست آوریم.

در تمامی مسائل دینامیک نیز با تشکیل معادله‌ی $\frac{\sum F}{\mathrm{M}_1} = {}^{\mathrm{e}}a_1$ می‌توانید مجهولات مسأله را تعیین کنید. توجه داشته باشید که به دلیل این‌که بیان بردارها در این رابطه از دید هر دستگاهی سه مولفه دارد، این رابطه یک رابطه‌ی سه معادله و سه مجهولی خواهدبود.

تکلیف) چگونه می‌توانیم با معادله‌ی دینامیکی $\frac{\sum F}{M_1} = {}^{e}a_1$ جرم زمین و ماه را بدست آوریم؟ از چه تعامل‌هایی برای تعیین جرم زمین و ماه به این منظور استفاده شده است؟

وقتی جسمی را در دستمان در ارتفاعی از سطح زمین نگه می‌داریم، در حقیقت دستمان شتابی به اندازه‌ی g (شتاب گرانش زمین) به این جسم داده و از آن گرفته است که با استفاده از سینماتیک مقدارش مشخص است. همچنین نیرویی به اندازه‌ی جرم جسم ضربدر شتاب جسم به آن می‌دهیم. اگر جسم دیگری از همان جسم ولی با ابعاد دو برابر را در همان ارتفاع از سطح زمین نگه داریم این‌بار دو برابر حالت قبل به این جسم نیرو وارد می کنیم. با توجه به این موضوع می‌توانیم با استفاده از ترازوی دو کفه‌ای (دقیق‌ترین ترازو برای مقایسه‌ی جرم اجسام) جرم‌ها را روی زمین با یکدیگر مقایسه نماییم. دلیل این موضوع این است که شتاب‌های آزاد یکسانی به هر یک از دو کفه‌ها وارد می‌شود.

با توجه به آن‌چه بیان شد، در اندازه‌گیری جرم روی زمین ابتدا جرم معیاری به اندازه‌ی ۱ گرم در نظر گرفتند سپس این وزنه معیار را در یک کفه گذاشته و در کفه‌ی دیگر به اندازه‌ای از همان جسم قرار دادند تا دو کفه در یک ارتفاع یکسان از سطح زمین قرار بگیرند. به این ترتیب دو وزنه یک گرمی ساخته شد. سپس این دو را با هم به اندازه‌ی دو گرم در نظر گرفتند و به همین ترتیب وزنه‌های مختلفی ساختند. سپس برای تعیین وزن یک جسم، آن را در یک کفه قرار داده و در کفه‌ی دیگر آن قدر از آن وزنه‌ها قرار دادند تا دو کفه در یک ارتفاع از سطح افق زمین قرار گرفتند.

در ترازو به دلیل این‌که در شرایط اصطلاحاً تعادل، شتاب یکسانی از هر دو کفه گرفته شده است و اصطلاحاً وزن‌ها برابر شده است، پس نتیجه می‌گیریم که جرم دو جسم نیز برابر است.

تا این‌جا در بررسی تعاملات بین چیزها روی زمین، شتاب آزاد را در نظر نگرفتیم و درست است که رابطه را به صورت زیر بنویسیم:

$$\frac{\sum F}{M_1} + {}^{e}g = {}^{e}a_1$$

در این رابطه g شتاب آزادی است که به هر حال جداگانه باید اندازه‌گیری گردد و $\frac{\sum F}{M_1}$ شتابی است که بقیه‌ی چیزها سعی داشته‌اند تا به جسم وارد نمایند و ${}^{e}a_1$ شتاب کل جسم دور و بر زمین است. (همان‌جاهایی که هنوز آنچه دربارهٔ g می‌دانیم و اندازه‌گیری نمودیم، معتبر مانده باشد)